

**MODELAGEM MATEMÁTICA E O FUNCIONAMENTO DO VELOCÍMETRO**

MATHEMATICAL MODELLING AND SPEEDOMETER OPERATION

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y OPERACIÓN DEL VELOCÍMETRO

**Jonas dos Santos**

Mestrando em Educação em Ciências e Matemática - Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC. Professor e coordenador de área de Matemática - Instituto Municipal de Educação de Arataca.

E-mail: jonasfisica@bol.com.br

**Frank Presley de Lima Neves**

Mestre em Educação em Ciências e Matemática - Universidade Estadual de Santa Cruz – PPGEM/UESC. Especialista em Mídias na Educação - Universidade Federal Rural de Pernambuco, UFRPE. Professor de Matemática na Escola Municipal Oscar Pereira de Magalhães - Terra Nova/Bahia.

E-mail: frankneves78@hotmail.com

**Zulma Elizabete de Freitas Madruga**

Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Professora Adjunta da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PPGEM/UESC.

E-mail: betefreitas.m@gmail.com

**RESUMO**

Este artigo apresenta relato de uma pesquisa que teve como objetivo analisar os resultados de uma atividade que procurava compreender, por meio da modelagem matemática, o funcionamento do velocímetro de um carro em movimento. A atividade foi aplicada em uma turma do 7º Ano do Ensino Fundamental em uma escola no sul da Bahia. Tal atividade foi construída a partir da dúvida de um estudante: “Como os velocímetros dos carros medem a distância e velocidade quando está em movimento?” A metodologia para análise das produções dos estudantes foi qualitativa. Para desenvolver a atividade, os estudantes foram divididos em grupos com quatro integrantes, durante o desenvolvimento, foi utilizado barbante e régua para a construção de um paquímetro com papelão para desenvolver as atividades. Cada grupo mediu os diâmetros e o comprimento circular das embalagens, calculando o valor de  $\pi$ . Para construir o modelo, os estudantes fizeram uma simulação de quantas vezes uma embalagem girava para percorrer uma distância de quatro metros. Os resultados mostraram que esses estudantes foram capazes de elaborar hipóteses, fazer medições para a obtenção dos dados, fazer cálculos e tomar decisões.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Modelagem Matemática; Ensino Fundamental; Velocímetro.

**ABSTRACT**

This article presents a research that aimed to analyze the results of an activity that tried to understand, through mathematical modeling, the speedometer operation of a moving car. The activity was applied to a 7th grade elementary school class in a school in southern Bahia, built on a student's question: “How do car speedometers measure distance and speed when it's moving?” The methodology for analysis of student productions was qualitative. To develop the activity, the students were divided into groups of four members, during the development, was used string and ruler to construct a cardboard caliper to develop the activities. Each group measured the diameters and the circular length of the packages and calculated the value of  $\pi$ . To build the model, the students simulated how many times a package rotated to cover a distance of four meters. The results showed that these students were able to make hypotheses, make measurements to obtain data, make calculations and make decisions.

**Keywords:** Mathematical Education; Mathematical Modeling; Elementary School; Speedometer.

### RESUMEM

Este artículo presenta una investigación que tuvo como objetivo analizar los resultados de una actividad que intentó comprender, a través de la modelación matemática, el funcionamiento del velocímetro de un automóvil en movimiento. La actividad se aplicó a una clase de escuela primaria de séptimo grado en una escuela en el sur de Bahía, basada en la pregunta de un estudiante: “¿Cómo miden los velocímetros de los automóviles la distancia y la velocidad cuando se mueve?” La metodología del análisis de las producciones de los estudiantes fue cualitativa. Para desarrollar la actividad, los estudiantes se dividieron en grupos de cuatro miembros, durante el desarrollo, se utilizó una cuerda y una regla para construir un calibrador de cartón para desarrollar las actividades. Cada grupo midió los diámetros y la longitud circular de los paquetes y calculó el valor de pi. Para construir el modelo, los estudiantes simulon cuántas veces rotó un paquete para cubrir una distancia de cuatro metros. Los resultados mostraron que estos estudiantes pudieron hacer hipótesis, hacer mediciones para obtener datos, hacer cálculos y tomar decisiones.

**Palabras clave:** Educación matemática; Modelado matemático; Enseñanza fundamental; Velocímetro.

### INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático está imerso na sociedade em diversas atividades do cotidiano, seja no mercado, na padaria, em casa para fazer receitas, ao fracionar um remédio para tomar, entre outras situações. Dessa forma, verifica-se que este conhecimento surge como um elemento indispensável para uma formação cidadã emancipadora, na qual o indivíduo seja capaz de ler e interpretar situações da realidade.

Para isso, as escolas de Educação Básica devem oferecer aos estudantes um ensino de Matemática que os ajudem a ter uma visão crítica da sociedade à sua volta. Este ensino precisa ter um significado para o estudante e na maioria das vezes, dialogar com sua realidade, o que o ajudará a perceber a importância da Matemática.

Segundo a Matriz de Avaliação de Matemática do *Programa Internacional de Avaliação de Alunos* – PISA, criado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) com o objetivo de avaliar o que os estudantes aprenderam no ‘final da educação da educação obrigatória’, a Matemática é algo indispensável na “formação dos jovens para a vida moderna, e permite que eles enfrentem desafios na sua vida profissional, social e científica” (PISA, 2012, p.1). Para isso, o PISA destaca que durante a vida escolar, os estudantes devem adquirir habilidades e competências que lhes permitam manipular elementos matemáticos para “descrever, explicar e prever fenômenos” (PISA, 2012, p. 1).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) enfatiza que o Ensino Fundamental tem a responsabilidade de promover o letramento matemático, por meio

do qual os estudantes irão adquirir competências e habilidades que os auxiliarão na aplicação e no reconhecimento dos conceitos matemáticos no mundo. O letramento matemático é definido pelo PISA como:

[...] a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, p.1).

Analisando o conceito de letramento matemático, observa-se que durante as aulas de Matemática, o professor deve valorizar situações e atividades que possibilitem aos estudantes autonomia diante do conhecimento, por meio de atividades que contribuam para a vida dos estudantes, que os possibilite e investigar e fazer a transição entre o teórico e o prático, ou seja, que o estudante seja capaz de relacionar os conceitos na escola com situações do seu dia a dia e vice e versa.

Com base na análise dos dados de avaliações que procuram verificar o grau de letramento de estudantes, como o PISA, por exemplo, pode-se perceber que os estudantes brasileiros possuem um desempenho abaixo do esperado. O que se leva a deduzir que o ensino de matemática na Educação Básica não está conseguindo promover esse letramento matemático.

Segundo relatório do Brasil no PISA (2016), o programa de avaliação analisa o desempenho dos estudantes usando uma escala que apresenta seis níveis de proficiência matemática. Esta escala atribui habilidade a partir do nível 1 até o nível 6, analisando esses dados, verificou-se que 43,76 % dos estudantes brasileiros apresentam nível proficiência em matemática abaixo de 1. Neste caso, o sistema de avaliação do PISA não especifica as habilidades. Verifica-se ainda que 26,51% dos estudantes apresentam nível 1 de proficiência em matemática; 17,8% dos estudantes apresentam nível 2; 8,58% dos estudantes apresentam nível 3; 3,09% dos estudantes apresentam nível 4; 0,77% dos estudantes apresenta nível 5; e apenas 0,13% dos estudantes apresenta nível 6 de proficiência em matemática.

De acordo com esses dados, foi possível perceber que 70,27% dos estudantes brasileiros apresentam um grau de proficiência em matemática abaixo do nível 2. Esse

nível de proficiência foi estabelecido pela OCBDE como o patamar necessário “para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania” (BRASIL, 2016, p. 32). Com isso, pode-se inferir que os estudantes brasileiros não estão conseguindo, durante sua vida escolar obter conhecimentos matemáticos suficientes. Vale ressaltar que isso não significa que os conteúdos matemáticos estão deixando de ser ensinados nas escolas, mas da forma como os professores estão apresentando os conteúdos, talvez não estejam conseguindo levar os estudantes a adquirirem habilidades e competências exigidas em exames externos.

Isso se deve a vários fatores, entre eles, por exemplo, às lacunas nos cursos de formação do professor de matemática, salas com número excessivo de estudantes, falta de materiais e apoios pedagógicos adequados, espaços físicos escolares inadequados, entre outros. Isso contribui para que o professor, na maioria das vezes, desenvolva as aulas de matemáticas monótonas, onde os conteúdos são transmitidos para os estudantes de forma mecânica. Nestes casos, o professor explica o conteúdo, resolve alguns exemplos e aplica questões para que os estudantes respondam usando os modelos e os métodos aplicados na resolução dos exemplos apresentados, levando os estudantes a memorizar os conceitos por meio da repetição. Dessa forma, os estudantes perdem o interesse pela disciplina, e o conhecimento matemático é visto como difícil de ser compreendido, uma vez que parece não ter utilidade no seu dia a dia.

Assim, pode-se inferir que os métodos de ensino tradicionais<sup>1</sup> de Matemática são ineficientes para promoverem o letramento matemático, porquanto, nesse método, o conteúdo não desperta a curiosidade dos estudantes, não contribui para o desenvolvimento do raciocínio do mesmo e tampouco leva estudante a refletirem sobre a realidade na qual está imerso.

No entanto, nos últimos anos as pesquisas em Educação Matemática vêm desenvolvendo instrumentos e teorias que podem contribuir para um ensino de Matemática mais dinâmico, onde os conteúdos são trabalhados a partir de uma abordagem mais agradável, onde o professor passa a ser um facilitador do conhecimento, e o estudante um protagonista na construção desse conhecimento.

---

<sup>1</sup> “O ensino tradicional pretende transmitir os conhecimentos, isto é, os conteúdos a serem ensinados por esse paradigma seriam previamente compendiados, sistematizados e incorporados ao acervo cultural da humanidade. Dessa forma, é o professor que domina os conteúdos logicamente organizados e estruturados para serem transmitidos aos alunos” (LEÃO, 1999, p. 191).

A modelagem matemática é um desses métodos pelos quais os professores poderão fazer uma abordagem diferente dos conteúdos, proporcionando situações reais, ou “simuladas”, nas quais os estudantes poderão aprender Matemática por meio da manipulação de objetos, dados e cenários, favorecendo uma discussão de fatores sociais, culturais e o trabalho em grupo. Assim, o uso da modelagem matemática é potencialmente fértil, e poderá contribuir na construção de conceitos pelos estudantes, um “ambiente” no qual o aprendizado ocorre de forma alegre e divertida, sem a necessidade da memorização, prática comum na educação tradicional.

A atividade aqui relatada foi desenvolvida a partir do questionamento feito por um estudante na aula de Matemática, ministrada pelo primeiro autor deste artigo. Durante a aula, era abordado o conteúdo de proporções, quando o professor/pesquisador passou a explicar o conteúdo de velocidade média. Naquele momento, um estudante questionou ao professor: *“Como o velocímetro mede a velocidade dos carros e a distância que os mesmos percorrem quando estão em movimento?”* Com esse questionamento, o professor/pesquisador afirmou que nas próximas aulas eles iriam realizar uma atividade para que a turma compreendesse melhor o princípio de funcionamento do velocímetro dos carros.

Nesse sentido, foi elaborada uma proposta, à luz da modelagem matemática, para proporcionar a compreensão dos estudantes sobre essa dúvida. A proposta teve como objetivo analisar os resultados de uma atividade que procurava compreender, por meio da modelagem matemática, o funcionamento do velocímetro de um carro em movimento. Dessa forma procurou-se verificar o funcionamento do velocímetro e como ele é programado para marcar a velocidade e a distância de um carro em movimento.

### **Fundamentação teórica**

A modelagem matemática é um método que há alguns anos vem sendo usado por professores e pesquisadores como alternativa para o ensino, com o objetivo de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, levando os estudantes a aprender conceitos matemáticos de forma agradável, fomentando a curiosidade; incentivando-os a pesquisar, coletar dados, discutir temas, formular hipótese e valorizando seus questionamentos. Esse método pode contribuir para que os estudantes venham a se

interessarem pela Matemática. Nesse sentido, ao planejar as aulas de matemática pautada nos princípios da modelagem, poderá contribuir para o processo de letramento matemático na Educação Básica, pois o ensino de Matemática por meio da modelagem tem objetivo contribuir para a formação crítica do estudante, trabalhando os conteúdos de maneira que façam sentido para esse estudante.

Bassanezi (2010, p. 24) define modelagem matemática como sendo “um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos”. Para o autor, a modelagem matemática só terá sentido quando se percebe que ao trabalhar com o processo de modelação (modelagem na educação), se está trabalhando com uma representação da realidade.

Dessa forma, por meio da modelagem, pode-se contribuir para que o estudante tenha uma visão crítica da realidade, oportunizando, por meio de aulas práticas, a reprodução ou construção de modelos matemáticos que explicarão situações da realidade, verificando a importância do conhecimento matemático na interpretação do mundo.

Sobre modelo matemático, Bassanezi (2010, p. 18) define “como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”, ou seja, para o autor modelo é uma formalização, por meio de argumentos, princípios, de elementos que procurará explicar “uma porção da realidade”.

O processo de modelagem proposto por Bassanezi (2010) é composto de cinco fases (etapas) que auxiliarão o pesquisador durante o processo de obtenção do modelo matemático: *Experimentação*, *Abstração*, *Resolução*, *Validação* e *Modificação*. Essas fases serão sintetizadas a seguir.

- **Experimentação:** ocorre a obtenção dos dados que irá servir de fundamentos e suporte para obtenção do modelo;
- **Abstração:** o pesquisador manipula os dados para a “formulação dos modelos matemáticos” (BASSANEZI, 2010, p. 26). Essa fase é dividida em sub-etapas que são: *seleção das variáveis*, *problematização ou formulação do problema em linguagem de área*, *formulação das hipóteses e simplificação*;
- **Resolução:** o pesquisador converte a linguagem natural para uma linguagem matemática coerente. Segundo Bassanezi (2010) nessa fase o modelo será escrito em uma linguagem matemática com um nível mais complexo;

- **Validação:** processo pelo qual o modelo construído é aceito ou rejeitado. Nesse processo deve ser considerado o objetivo e a finalidade do modelo;
- **Modificação:** durante o processo de validação, se o modelo for rejeitado, poderá passar por modificações, ou mesmo quando o modelo é aceito, o mesmo poderá passar por algumas reformulações e até mesmo modificações, isso pode ocorrer mediante a descoberta de novos conhecimentos, ou por uma análise mais complexa do conhecimento que deu origem ao modelo.

Segundo Bassanezi (2010), quando a modelagem é usada como estratégias de ensino “o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado” (BASSANEZI, 2010, p. 38). Segundo o autor na modelagem na educação, o processo de validação do modelo não pode ser considerado como algo obrigatório, ou seja, esse processo “não pode ser uma etapa prioritária” (BASSANEZI, 2010, p. 38).

A modelação, também chamada de Modelagem na Educação, quando se trata de Educação Básica, poderá contribuir para que estudantes passem a gostar da Matemática, isso porque, ele passa a ser o protagonista no processo de ensino e de aprendizagem. Na modelação o estudante terá a oportunidade de explorar um conteúdo matemático por meio da pesquisa, o professor será um mediador, e o conhecimento matemático não é apresentado de forma acabada, as fórmulas e expressões são discutidas por meio de dados dos quais o estudante poderá construir modelo para explicar uma situação ou fenômeno.

Segundo Biembengut e Hein (2011), por meio da modelagem matemática o professor poderá ministrar “o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo- modelagem”. Segundo os autores, é necessário seguir três etapas durante o processo de modelagem na educação: diagnóstico, escolha do conteúdo e avaliação do processo. Seguir essas etapas é fundamental para o êxito da atividade.

Biembengut e Hein (2011) adaptaram as etapas de Bassanezi (2010) para que fosse viável trabalhá-las na Educação Básica. Essas etapas têm correspondências às etapas proposta por Bassanezi (2010): Interação (corresponde à experimentação); Matematização (corresponde às etapas de abstração e Resolução); e Modelo Matemático (corresponde às etapas de Validação e Modificação).

As etapas da Modelagem na Educação proposta por Biembengut e Hein (2011) estão definidas a seguir:

- **Interação:** momento em que os estudantes têm reconhecimento da situação problema e começam a familiarizar-se como tema;
- **Matematização:** onde será formulada situação problema com o objetivo de nortear os estudantes a proporem respostas que os auxiliarão no cumprimento das metas. Nesse momento ocorre a apresentação do conteúdo e de exemplos que os ajudarão na construção do modelo;
- **Modelo:** O modelo é elemento matemático que representa a solução do problema proposto.

Para o desenvolvimento das atividades é necessário a escolha de um tema que, segundo Biembengut e Hein (2011), poderá ser feito pelo professor ou pelos estudantes ou ainda em forma de colaboração. O tema deve ser escolhido observando a possibilidade de execução do conteúdo a ser cumprindo da grade curricular e a viabilidade da construção do modelo esperado.

### Metodologia

Esta pesquisa procurou verificar como estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental modelam uma expressão matemática (modelo) sobre o funcionamento do velocímetro de um carro. Para isso, foi elaborada uma atividade usando a modelagem matemática como ferramenta pedagógica para auxiliar os estudantes nesse processo.

A pesquisa teve natureza qualitativa que, segundo Silveira e Córdova (2009), é utilizada quando o pesquisador procura explicar o significado das coisas ou de fenômenos. Segundo as autoras, esse tipo de pesquisa “não se preocupa com a representação numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização” (p.31).

Ainda segundo Silveira e Córdova (2009), na pesquisa, o pesquisador é ao mesmo tempo o “sujeito e objeto de suas pesquisas”, ele possui uma limitação perante o conhecimento, “o desenvolvimento da pesquisa é imprescindível” e o principal “objetivo da amostra é produzir informações aprofundadas e ilustradas”.

Dessa forma, a pesquisa qualitativa procura compreender uma situação ou um fenômeno social que não pode ser medido ou qualificado, mas, pode ser compreendido e explicado pelo pesquisador.

Os dados da pesquisa foram coletados pelo primeiro autor deste artigo durante quatro aulas de 50 minutos cada, em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do sul da Bahia. A turma era formada com 18 estudantes entre idades de 13 e 14 anos. O pesquisador usou como instrumento de coleta de dados um diário de campo, áudio-gravação e atividades escritas, onde foram registradas todas as dúvidas, questionamentos dos grupos e os diálogos entre o professor/pesquisador, instrumentos estes que foram também utilizados para a análise dos dados.

O desenvolvimento da atividade foi feito em quatro momentos:

- No primeiro momento foi realizada uma discussão coletiva para que os estudantes formassem hipóteses sobre o funcionamento do velocímetro, divisão dos grupos e construção de um paquímetro com materiais com papelão e régua;
- No segundo momento o professor/pesquisador pediu para os estudantes medirem o diâmetro de quatro embalagens com o paquímetro construído por eles e o comprimento circular da mesma, com o objetivo de trabalhar os elementos da circunferência como diâmetro, comprimento da circunferência e valor de  $\pi$  (PI)<sup>2</sup>;
- Terceiro momento os estudantes foram encorajados a refletir a relação entre o comprimento da circunferência, o valor de  $\pi$  e o seu diâmetro;
- No quarto momento foi feita uma simulação onde os estudantes puderam, usando uma das embalagens, fazer um percurso de quatro metros girando-a e anotando o número de giros necessários da embalagem para completar o percurso, para auxiliar os estudantes a construir o modelo para explicar o funcionamento do velocímetro;

## Discussão dos resultados

---

<sup>2</sup> $\pi$  (PI) é um valor adimensional calculado pela razão entre o comprimento de uma circunferência e o diâmetro dela, ou é a razão entre o comprimento de uma circunferência e duas vezes a medida de seu raio. Seu valor numérico é aproximadamente 3,14. (conceito formulado pelos autores).

Inicialmente o pesquisador propôs uma discussão coletiva para que os estudantes formulassem hipóteses sobre o funcionamento do velocímetro. Durante essa discussão, o pesquisador fez vários questionamentos: “Vocês têm ideia de como os velocímetros dos automóveis medem a distância percorrida e a velocidade quando estão em movimento? Será que existe algum truque mágico para essa medição? O que vocês acham disso?” Durante a discussão, em um primeiro momento os estudantes afirmaram que não faziam ideia de como isso acontecia, mas depois de vários questionamentos feitos pelo professor/pesquisador, eles propuseram algumas hipóteses para explicar o funcionamento do velocímetro,

Entre as hipóteses levantadas pelos estudantes, podem-se destacar as seguintes: i) “Professor deve haver uma câmera de vídeo que deva filmar a estrada e um computador mede a velocidade” hipótese do estudante F; ii) “Professor deve existir um sensor que mede tanto a distâncias quanto a velocidade” hipótese do aluno G; iii) “Professor esses valores devem ser medido considerando o consumo de combustível” alunos H e I; iv) “Professor na Fórmula 1 existem radares que verificam se um carro ultrapassa o limite de velocidade na entrada para o Box, então deve existir um aparelho igual no carro”, hipótese do aluno A. Esse processo, pode-se comparar ao que Biembengut e Hein (2011) chamam de **Interação**, ou seja, contato inicial do estudante com o tema a ser desenvolvido, onde se deve procurar incentivar os estudantes a se envolverem nas atividades, e incentivando-os a formularem hipóteses.

Após esse levantamento de hipóteses, os estudantes foram divididos em quatro grupos para a construção do paquímetro didático, usando materiais como régua, papelão, tesoura e grampeador. Esses grupos foram denominados de A, B, C e D. Essa construção consistiu em improvisar um paquímetro para medir o diâmetro das embalagens, essas medições procuraram estimular os estudantes a calcularem o valor aproximado de  $\pi$ . Uma vez que, durante o processo de obtenção do modelo, os estudantes foram induzidos a construir alguns conceitos relativos à circunferência, como seu comprimento, diâmetro e a razão entre esses dois elementos (que corresponde ao valor de  $\pi$ ).

Cada grupo trabalhou com quatro embalagens diferentes. Após a etapa de construção do paquímetro, os grupos tiveram a oportunidade de medir o comprimento circular (o instrumento usado foi régua e barbante) e o diâmetro (o instrumento foi o

paquímetro construído) de cada embalagem, fazendo a divisão da primeira medida pela segunda. Os dados obtidos pelos grupos A estão expressos na Figura 1, a seguir:

Figura 1: Dados obtidos pelo grupo A.

**ATIVIDADE**

1. Preencha complete a tabela abaixo:

Embalagem	Medida adquirida com o barbante	Medida adquirida paquímetro	Faça a divisão da 2ª coluna pela 1ª coluna
A	37 cm	9,8	3,69
B	41 cm	12,7	3,228
C	14,8	4,7	3,152
D	20,7	6,8	3,044

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa atividade o objetivo era começar a formalizar conceito do valor de  $\pi$ , que é calculado dividindo a medida do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro. Os grupos receberam quatro embalagens cilíndricas, e com o auxílio de um pedaço de barbante e uma régua, mediram o comprimento circular das embalagens e o seu diâmetro, anotando os valores adquiridos em uma tabela (ver Figura 3). Com os valores, após a medição, eles fizeram a divisão do comprimento obtido com o barbante e o valor adquirido com o paquímetro. Os resultados aproximados das divisões do grupo A estão representados na Figura 1 e os dos grupos B, C e D foram respectivamente (3,17; 3,216; 3,184; 3,195); (3,12; 3,153; 3,119; 4,6); e (3,204; 3,156; 3,134; 3,152).

Analisando esses resultados, pode-se observar que os instrumentos utilizados para coleta dos dados e as habilidades dos estudantes em coletar esses dados, foram suficientes, mesmo não encontrando em nenhuma medição o real valor de  $\pi$  (aproximadamente 3,14). Observa-se, pelos dados, que os valores encontrados pelos estudantes tiveram uma margem de erro muito baixa, considerando que foram instrumentos improvisados e construídos por eles sob a supervisão do professor pesquisador. Apesar do grupo C encontrar um valor (4,6) - muito acima do esperado, o uso do instrumento (paquímetro improvisado) pode ser utilizado como recurso didático, uma vez que é uma maneira alternativa que os professores poderão usar para contornar falta de materiais de medições nas escolas públicas.

Quando os estudantes estavam com esses resultados prontos, o professor/pesquisador propôs uma discussão para observar se os estudantes conseguiriam encontrar uma relação entre eles, se os quatros valores encontrados

tinham relação ou não. O grupo B afirmou que os resultados são diferentes, porém, “*essa diferença é muito pequena*”, e existia a possibilidade de haver uma relação entre os dados, pois o resultado da maioria dos grupos o primeiro algarismos é três (3) resposta dada pelo aluno E: “*Professor percebemos que todos os números têm o número três antes da vírgula e todos foram encontrados por meio da divisão*”.

O professor requisitou que os estudantes investigassem sobre o funcionamento do velocímetro para apresentarem na aula seguinte. No dia da apresentação eles disseram que encontraram pouco material sobre o assunto, e que o velocímetro utilizava os giros das rodas, ou número de giros do motor, para medir a velocidade e a distância percorrida.

Na etapa seguinte foi proposto aos grupos escreverem por meio de uma frase, uma forma de relacionar os três elementos da circunferência encontrados por eles no processo de medição. Esses elementos foram adquiridos com o barbante, o paquímetro e, o valor da razão entre as duas primeiras medidas. Nesse momento, o pesquisador sugeriu para os estudantes usarem os seguintes nomes para os elementos anteriores, comprimento (valor adquirido no barbante) e diâmetro (diâmetro). Esses termos foram introduzidos pelo professor/pesquisador com o argumento de tornar a escrita mais apropriada com a linguagem matemática.

A princípio os estudantes tiveram um pouco de dificuldades, visto que eles não conseguiam ver que se multiplicassem o quociente pelo divisor, obteriam o dividendo. O professor pesquisador começou a fazer alguns questionamentos sobre as propriedades da divisão, isso foi fazendo com que os estudantes comesçassem uma discussão nos grupos, e a partir daí, conseguiram encontrar a relação que entre os elementos da circunferência. O grupo C respondeu que “[...]para encontrarmos o comprimento temos que multiplicar o diâmetro com o resultado da divisão”

Observa-se que o grupo D sintetizou a fórmula do comprimento da circunferência na frase do grupo C. Aqui, percebeu-se que o grupo usou o resultado da divisão para se referir ao valor da razão entre valor obtido pelo barbante e o valor encontrado no paquímetro, mostrando que os estudantes conseguiram construir o conceito para calcular o comprimento da circunferência.

Os grupos A, B e C deram respostas semelhantes para o problema. Apresentaram em linguagem natural a reconstrução do modelo para calcular o comprimento da

circunferência em função de  $\pi$  (usado com o termo resultado da divisão pelo grupo D), e do diâmetro. A partir dessas informações o professor explicou o conceito de circunferência, comprimento, diâmetro e o valor correto de  $\pi$  (Pi).

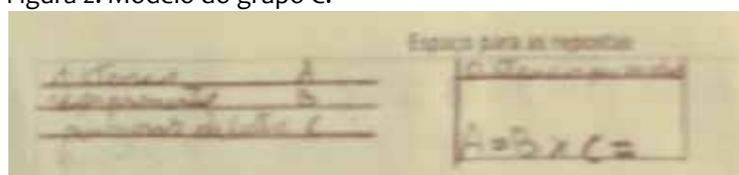
No entanto, o objetivo da atividade era responder sobre o funcionamento do velocímetro, então o professor/pesquisador propôs um experimento no qual cada grupo deveria escolher uma embalagem para percorrer um percurso de quatro metros (400 centímetros). Para fazer o experimento eles deveriam girar a embalagem durante o percurso de 400 centímetros e contar o número de giros completo que a embalagem utilizava para percorrer essa distância. Foi colocada uma faixa guia para que os estudantes pudessem fazer um percurso reto durante o experimento. Como respostas os grupo A e D disseram: “A embalagem deu 19 giros completos nessa distancia e mais meia volta” (Grupo A) e “A embalagem deu 9 giros completos nessa distância, quase 10 giros completos” (Grupo D).

Os grupos B e C obtiveram, respectivamente, 12 e 27 giros para completar o percurso com a embalagem. Essa atividade teve como objetivo mostra para o estudante que o velocímetro mais antigo, para medir a distância percorrida e marcar a velocidade, usava os números de giro dos pneus ou o giro do motor para fazer essas medições.

As etapas mencionadas, baseada em Biembengut e Hein (2011), correspondem ao processo de **Matematização**, na qual os estudantes fizeram medições, compararam resultados, fizeram cálculos e o professor sistematizou o conteúdo por meio das atividades dos estudantes. Aqui, os estudantes fizeram o papel de “pesquisadores”, investigando, fazendo medições, cálculos e comparando resultados, totalmente envolvidos na atividade.

Após, esse processo, foi solicitado aos estudantes que formulassem um modelo para representar a medição da distância percorrida em função do giro das rodas. Pode-se verificar um desses modelos na Figura 2.

Figura 2: Modelo do grupo C.



The image shows a handwritten mathematical model on a piece of paper. On the left, there are three horizontal lines with labels: 'distancia' above the first line, 'velocidade' above the second line, and 'percurso percorrido' above the third line. To the right of these lines is a box containing the formula  $A = b \times c$ . Above the box, the text 'Escreva para as respostas' is written.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Figura 2 o grupo D fez o **modelo matemático**  $A = B \cdot C$ , onde  $A$  é a distância percorrida,  $B$  é comprimento do pneu e  $C$  é o número de giros (voltas) que os pneus dos carros dão em uma determinada distância. Os demais Resultados foram análogos. Dessa forma os estudantes tiveram a oportunidade, mesmo de maneira superficial, de compreender como o velocímetro de um carro marca a distância percorrida.

De acordo com os dados e as observações do professor pesquisador, pode-se perceber que a atividade proporcionou aos estudantes momentos de discussão, investigação e experimentação. Essa dinâmica foi fundamental para a construção dos modelos pelos estudantes.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou o resultado de uma pesquisa que teve como objetivo verificar, por meio da modelagem matemática, como os estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental compreendem o funcionamento do velocímetro e, como eles modelam uma expressão capaz de explicar como os velocímetros dos carros marcam a distância do carro em movimento.

Durante o desenvolvimento das atividades com os alunos, verificou-se que a modelagem matemática é um método que pode auxiliar o professor a tornar as aulas de Matemáticas mais dinâmicas, fazendo com que o conteúdo matemático passe a ter significado para os estudantes. Durante o processo, os estudantes foram capazes de elaborar hipóteses, fazer medições para a obtenção dos dados, fazer cálculos e tomar decisões. Dessa forma verificou-se a importância de o professor usar esse método de ensino na Educação Básica, isso poderá fazer com os estudantes comecem a gostar mais de Matemática.

O uso do paquímetro improvisado e construído pelos estudantes com a ajuda do professor/pesquisador mostrou-se um instrumento didático apropriado, uma vez que as medições feitas pelos estudantes foram muito próximas do real valor e, os valores encontrados para  $\pi$  foram aproximados, considerando os materiais usados para a coleta dos dados.

O potencial da atividade proposta para os estudantes consiste na dinâmica que ocorreu durante o seu desenvolvimento, uma vez que os estudantes saíram da posição de receptor e passaram a ser protagonistas durante toda a atividade. Esta atividade também

pode possibilitar o trabalho com conceito de estatística, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio. Na estatística a atividade possibilita a abordagem de conceitos de média, mediana, erros, estimativas entre outros.

Durante o desenvolvimento das atividades, os estudantes tiveram um pouco de dificuldade, no entanto, conseguiram fazer as tarefas e construir o modelo esperado pelo professor. Os modelos propostos pelos grupos foram bem simples e todos relacionavam a distância com o comprimento do pneu (circunferência do pneu). Os modelos apresentados pelos alunos são eficientes, uma vez que no 7º Ano começa o processo de transição para a álgebra. Caso, a atividade, fosse desenvolvida em anos posteriores, os estudantes poderiam ter construído um modelo, talvez, considerando o valor de  $\pi$ , o raio ou o diâmetro do pneu, estas poderiam ser possibilidades para aplicações e pesquisas futuras. Outra aplicação futura está na possibilidade de o professor trabalhar conceitos estatísticos como a média.

Dessa forma, esse artigo verificou que o uso da modelagem matemática pode contribuir significativamente para a aquisição dos conteúdos matemáticos pelos estudantes, isso porque, a modelagem proporciona meios que estimulam a compreensão dos conceitos matemáticos de forma agradável, favorecendo o processo de aprendizagem da Matemática.

## REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Roney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3ª Ed. 2ª reimpressão. - São Paulo: Contexto. 2010.

BIEMBENGUT, Maria. Salett.; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5ª edição. São Paulo. Contexto. 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. **Brasil no PISA 2015: Análise análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico**. — São Paulo: Fundação Santillana, 2016. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015\\_completo\\_final\\_baixa.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf). Acesso em: 21 de nov. 2018.

LEÃO, Denise Maria Maciel. Paradigmas contemporâneos de educação: escola tradicional e escola construtivista. **Cadernos de Pesquisa**, n. 107, p. 187-206, jul. 1999.

PISA. **MATRIZ DE AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA** – PISA. 2012. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/marcos\\_referenciais/2013/matriz\\_avaliacao\\_matematica.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf). Acesso em: 21 de nov. 2018.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A Pesquisa Científica. In: **Métodos de pesquisa**. Org. Tatiana EngelGerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

Recebido em:08/08/2019

Parecer em:09/12/2019

Aprovado em:10/03/2019